

## Рабочая программа дисциплины

# Случайные процессы

Закреплена за подразделением      Кафедра промышленного менеджмента

Направление подготовки      01.03.05 СТАТИСТИКА

Квалификация      **Бакалавр**

Форма обучения      **очная**

Общая трудоемкость      **5 ЗЕТ**

Часов по учебному плану      180

в том числе:

аудиторные занятия      51

самостоятельная работа      93

часов на контроль      36

Формы контроля:  
экзамен 7

### Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	7 (4.1)		Итого	
Неделя	16 4/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	17	17	17	17
Практические	34	34	34	34
Итого ауд.	51	51	51	51
Контактная работа	51	51	51	51
Сам. работа	93	93	93	93
В том числе сам. работа в рамках ФОС				
Часы на контроль	36	36	36	36
Итого	180	180	180	180

Программу составил(и):

-, *асс., Романенко Егор Олегович*

Рабочая программа дисциплины

**Случайные процессы**

Разработана в соответствии с ОС ВО НИТУ МИСИС, приказ № 796 о.в. от 10.12.2025.

Составлена на основании учебного плана:

01.03.05 СТАТИСТИКА, 01.03.05-БСТ-26.plx, утвержденного Ученым советом НИТУ МИСИС в составе соответствующей ОПОП ВО 20.11.2025, протокол № 9-25.

Утверждена в составе ОПОП ВО:

01.03.05 СТАТИСТИКА, утвержденной Ученым советом НИТУ МИСИС 20.11.2025, протокол № 9-25.

Рабочая программа одобрена на заседании

**Кафедра промышленного менеджмента**

Протокол от 21.01.2025 г., №5.

Руководитель подразделения Костюхин Юрий Юрьевич, д.э.н., доцент.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ	
1.1	Целью освоения дисциплины является формирование у обучающихся теоретических знаний и практических навыков по анализу процессов, развивающихся во времени случайным образом. Студенты изучат основные классы случайных процессов, научатся рассчитывать их характеристики и применять полученные знания для анализа и моделирования реальных явлений в экономике и технике.

2. МЕСТО В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	
Блок ОП: Б1.В.ДВ.06	
2.1	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.1.1	Основы статистики
2.1.2	Статистические методы прогнозирования
2.1.3	Теория вероятности и математическая статистика
2.1.4	Параметрическая статистика
2.1.5	Демография и социальная статистика
2.2	<b>Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
2.2.1	Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы
2.2.2	Создание стартапа
2.2.3	Компьютерное зрение в промышленности
2.2.4	Статистический анализ поведенческих данных

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ФОРМИРУЕМЫМИ КОМПЕТЕНЦИЯМИ	
<b>ПК-4: Способен осуществлять сбор первичной статистической информации: проведение статистических наблюдений, анкетирование, приемка форм отчетности</b>	
<b>Знать:</b>	
ПК-4-31 Принципы организации наблюдения за процессами, изменяющимися во времени; методы сбора данных для формирования временных рядов.	
<b>ПК-5: Способен выполнять обработку статистических данных: группировка, сводка, формирование систем взаимосвязанных статистических показателей и ведение статистических регистров</b>	
<b>Знать:</b>	
ПК-5-31 Основные характеристики случайных процессов (математическое ожидание, дисперсия, автокорреляционная функция); понятие стационарности; методы разложения временного ряда на компоненты (тренд, сезонность, случайная компонента).	
<b>ПК-4: Способен осуществлять сбор первичной статистической информации: проведение статистических наблюдений, анкетирование, приемка форм отчетности</b>	
<b>Уметь:</b>	
ПК-4-У1 Проектировать схему сбора данных о последовательности событий или состояний системы; формировать временной ряд на основе первичной информации.	
<b>ПК-5: Способен выполнять обработку статистических данных: группировка, сводка, формирование систем взаимосвязанных статистических показателей и ведение статистических регистров</b>	
<b>Уметь:</b>	
ПК-5-У1 Рассчитывать выборочные характеристики случайных процессов; строить и анализировать коррелограммы; выполнять сглаживание временных рядов методом скользящей средней; формировать сводные таблицы для анализа переходов в цепях Маркова.	
<b>ПК-4: Способен осуществлять сбор первичной статистической информации: проведение статистических наблюдений, анкетирование, приемка форм отчетности</b>	
<b>Владеть:</b>	
ПК-4-В1 Навыками сбора и документации данных, представляющих собой реализацию случайного процесса (например, дневные котировки акций, количество обращений в колл-центр по часам).	
<b>ПК-5: Способен выполнять обработку статистических данных: группировка, сводка, формирование систем взаимосвязанных статистических показателей и ведение статистических регистров</b>	
<b>Владеть:</b>	
ПК-5-В1 Методами расчета и анализа автокорреляционной функции; техниками декомпозиции временных рядов; навыками обработки данных о случайных процессах с использованием ПО (MS Excel).	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ								
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Формируемые индикаторы компетенций	Литература и эл. ресурсы	Примечание	КМ	Выполняемые работы
	<b>Раздел 1. Введение в случайные процессы</b>							
1.1	Определение случайного процесса. Сечения и реализации. Временной ряд как реализация случайного процесса. /Лек/	7	2	ПК-4-31 ПК-4-У1 ПК-4-В1 ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			
1.2	Классификация случайных процессов (по времени и по состояниям). /Лек/	7	2	ПК-4-31 ПК-4-У1 ПК-4-В1 ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			
1.3	Сбор и формирование временных рядов по данным из открытых источников (финансовые котировки, метеорологические данные). /Пр/	7	4	ПК-4-31 ПК-4-У1 ПК-4-В1 ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			
	<b>Раздел 2. Характеристики случайных процессов</b>							
2.1	Одномерные законы распределения. Математическое ожидание и дисперсия случайного процесса. /Лек/	7	2	ПК-4-31 ПК-4-У1 ПК-4-В1 ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1		КМ1	Р1
2.2	Корреляционная теория. Автокорреляционная и автоковариационная функции, их свойства. /Лек/	7	2	ПК-4-31 ПК-4-У1 ПК-4-В1 ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			
2.3	Расчет выборочных характеристик случайного процесса по реализации (временному ряду). /Пр/	7	4	ПК-4-31 ПК-4-У1 ПК-4-В1 ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			
2.4	Построение и анализ выборочной автокорреляционной функции (коррелограммы). /Пр/	7	4	ПК-4-31 ПК-4-У1 ПК-4-В1 ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			
2.5	Закрепление материала раздела. Выполнение КМ и Р /Ср/	7	21					
	<b>Раздел 3. Стационарные случайные процессы</b>							
3.1	Стационарность в узком и широком смысле. Эргодическое свойство. /Лек/	7	2	ПК-4-31 ПК-4-У1 ПК-4-В1 ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			
3.2	Спектральная плотность стационарного процесса. /Лек/	7	1	ПК-4-31 ПК-4-У1 ПК-4-В1 ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			
3.3	Проверка временного ряда на стационарность (визуальный анализ, анализ коррелограммы). /Пр/	7	6	ПК-4-31 ПК-4-У1 ПК-4-В1 ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			
3.4	Закрепление материала раздела. Выполнение КМ и Р /Ср/	7	36				КМ2	Р2
	<b>Раздел 4. Марковские случайные процессы</b>							

4.1	Марковское свойство. Цепи Маркова с дискретным временем. /Лек/	7	1	ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			
4.2	Матрица переходных вероятностей. Уравнение Колмогорова-Чепмена. /Лек/	7	1	ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			
4.3	Построение матрицы переходных вероятностей по данным. /Пр/	7	8	ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			
4.4	Расчет вероятностей состояний цепи Маркова через n шагов. /Лек/	7	4	ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1		КМ3	
4.5	Решение задач на расчет вероятностей для Пуассоновского потока событий. /Пр/	7	8	ПК-5-31 ПК-5-У1 ПК-5-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			Р3
4.6	Закрепление материала раздела. Выполнение КМ и Р /Ср/	7	36					
<b>Раздел 5. Подготовка к контрольным мероприятиям и выполняемым работам</b>								
5.1	Объем часов самостоятельной работы на подготовку к КМ /Ср/	7	0		Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			
5.2	Объем часов самостоятельной работы на подготовку к ВР /Ср/	7	0		Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1			

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

### 5.1. Контрольные мероприятия (контрольная работа, тест, коллоквиум, экзамен и т.п), вопросы для самостоятельной подготовки

Код КМ	Контрольное мероприятие	Проверяемые индикаторы компетенций	Вопросы для подготовки
КМ1	Контрольная работа №1: Характеристики случайных процессов	ПК-4-31;ПК-4-У1;ПК-4-В1;ПК-5-31;ПК-5-У1;ПК-5- В1	<p>Дайте определение случайного процесса.</p> <p>Что такое автокорреляционная функция и что она показывает?</p> <p>Свойства автокорреляционной функции.</p> <p>Какой процесс называется стационарным в широком смысле?</p> <p>Как по виду коррелограммы сделать вывод о характере процесса?</p> <p>Что такое временной ряд?</p>
КМ2	Контрольная работа №2: Модели случайных процессов	ПК-4-31;ПК-4-У1;ПК-4-В1;ПК-5-31;ПК-5-У1;ПК-5- В1	<p>Какой процесс называется Марковским?</p> <p>Что такое матрица переходных вероятностей? Свойство ее строк.</p> <p>Что описывает Пуассоновский процесс?</p> <p>Перечислите основные свойства Пуассоновского процесса.</p> <p>Что такое Винеровский процесс?</p> <p>Уравнение Колмогорова-Чепмена для цепей Маркова.</p>

КМЗ	Контрольная работа №3: Анализ временных рядов	ПК-4-31;ПК-4-У1;ПК-4-В1;ПК-5-31;ПК-5-У1;ПК-5- В1	<p>Перечислите компоненты временного ряда.</p> <p>В чем разница между аддитивной и мультипликативной моделью временного ряда?</p> <p>Опишите метод скользящей средней.</p> <p>Как можно выявить наличие тренда во временном ряде?</p> <p>Как можно выявить наличие сезонности во временном ряде?</p> <p>Цель сглаживания временного ряда.</p>
-----	---	--	---

### 5.2. Перечень работ, выполняемых по дисциплине (Курсовая работа, Курсовой проект, РГР, Реферат, ЛР, ПР и т.п.)

Код работы	Название работы	Проверяемые индикаторы компетенций	Содержание работы
P1	Практическая работа №1: Анализ временного ряда	ПК-4-31;ПК-4-У1;ПК-4-В1;ПК-5-31;ПК-5-У1;ПК-5- В1	Для заданного временного ряда (например, ежемесячный объем продаж) построить его график, рассчитать основные описательные статистики, построить коррелограмму и сделать предварительные выводы о характере процесса (наличие тренда, сезонности, стационарность).
P2	Практическая работа №2: Моделирование Марковской цепи	ПК-4-31;ПК-4-У1;ПК-4-В1;ПК-5-31;ПК-5-У1;ПК-5- В1	На основе данных о переключении потребителей между тремя брендами за несколько периодов составить матрицу переходных вероятностей. Рассчитать долю рынка каждого бренда через 2 периода.
P3	Практическая работа №3: Декомпозиция временного ряда	ПК-4-31;ПК-4-У1;ПК-4-В1;ПК-5-31;ПК-5-У1;ПК-5- В1	Для заданного квартального временного ряда с ярко выраженной сезонностью применить метод скользящей средней для построения тренда. Рассчитать сезонную компоненту и очистить от нее ряд.

### 5.3. Оценочные материалы, используемые для экзамена (билеты, тесты и т.п.)

1. Определение случайного процесса. Различие между случайной величиной и случайным процессом.
2. Классификация случайных процессов: по времени и по состоянию (дискретные и непрерывные).
3. Понятие реализации (траектории) случайного процесса.
4. Сечение случайного процесса: определение и вероятностный смысл.
5. Закон распределения случайного процесса (одномерный, двумерный, n-мерный).
6. Условия согласованности и теорема Колмогорова о существовании случайного процесса.
7. Математическое ожидание случайного процесса: определение, геометрический смысл и свойства.
8. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайного процесса: определение и свойства.
9. Корреляционная (ковариационная) функция случайного процесса: определение и свойства.
10. Нормированная корреляционная функция случайного процесса.
11. Взаимная корреляционная функция двух случайных процессов: определение и свойства.
12. Характеристическая функция случайного процесса.
13. Моменты высших порядков случайного процесса.
14. Сложение случайных процессов: характеристики суммы.
15. Умножение случайных процессов: характеристики произведения.
16. Дифференцирование случайного процесса: условия существования производной в среднеекватическом.
17. Характеристики производной случайного процесса (математическое ожидание, корреляционная функция).
18. Интегрирование случайного процесса: условия существования интеграла в среднеекватическом.
19. Характеристики интеграла от случайного процесса.
20. Понятие стационарного случайного процесса в узком смысле.
21. Понятие стационарного случайного процесса в широком смысле.
22. Свойства корреляционной функции стационарного случайного процесса.
23. Интервал корреляции стационарного случайного процесса.
24. Понятие эргодичности случайных процессов. Эргодическое свойство по отношению к математическому ожиданию.
25. Достаточное условие эргодичности по отношению к математическому ожиданию (теорема Слуцкого).
26. Эргодическое свойство по отношению к корреляционной функции.
27. Спектральное разложение стационарных случайных процессов.
28. Спектральная плотность мощности: определение и физический смысл.
29. Свойства спектральной плотности стационарного процесса.
30. Теорема Винера-Хинчина (связь между корреляционной функцией и спектральной плотностью).
31. «Белый шум»: определение, спектральная плотность и корреляционная функция.
32. Преобразование стационарного случайного процесса линейной динамической системой.
33. Определение марковского случайного процесса. Свойство отсутствия последовательности.
34. Марковские цепи с дискретным временем: определение, граф состояний.
35. Матрица переходных вероятностей марковской цепи и её свойства.

36. Уравнение Чепмена-Колмогорова для марковских цепей.
37. Классификация состояний цепи Маркова: возвратные, невозвратные, поглощающие состояния.
38. Эргодические цепи Маркова и финальные (стационарные) вероятности.
39. Марковские процессы с непрерывным временем и дискретными состояниями.
40. Потoki событий: определение, свойства простейшего потока.
41. Интенсивность потока событий и интенсивность перехода.
42. Система дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний (прямая и обратная).
43. Пуассоновский процесс как пример марковского процесса.
44. Процессы гибели и размножения: построение графа и составление уравнений.
45. Применение случайных процессов при обработке статистических данных и прогнозировании.
<b>5.4. Методика оценки освоения дисциплины (модуля, практики. НИР)</b>
Предполагается следующая шкала оценок: а) «отлично» (90 баллов и выше) – студент показывает глубокие, исчерпывающие знания в объеме пройденной программы, уверенно действует по применению полученных знаний на практике, твердые и достаточно полные знания в объеме пройденной программы, грамотно и логически стройно излагает материал при ответе, умеет формулировать выводы из изложенного теоретического материала, знает дополнительно рекомендованную литературу; б) «хорошо» (75 - 90 баллов) – студент допускает незначительные ошибки при освещении заданных вопросов, правильно действует по применению знаний на практике, четко излагает материал; в) «удовлетворительно» (51 - 74 балла) – студент показывает знания в объеме пройденной программы, ответы излагает хотя и с ошибками, но уверенно исправляемыми после дополнительных и наводящих вопросов, правильно действует по применению знаний на практике; г) «неудовлетворительно» (50 баллов и ниже) – студент допускает грубые ошибки в ответе, не понимает сущности излагаемого вопроса, не умеет применять знания на практике, дает неполные ответы на дополнительные и наводящие вопросы. Оценка за зачет выставляется по итогам выполнения контрольных работ и успеваемости на практических занятиях в течение семестра на основе рейтинга, рассчитанного в системе LMS Moodle.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ				
6.1. Рекомендуемая литература				
6.1.1. Основная литература				
	Авторы, составители	Заглавие	Библиотека	Издательство, год
Л1.1	Глухов Д. А.	Эконометрика: учебное пособие	Электронная библиотека	Воронеж: Воронежская государственная лесотехническая академия, 2012
Л1.2	Зайцев Иван Михайлович, Скрябин Олег Олегович, Богачев Андрей Сергеевич, Ломоносова О. Е.	Финансовая математика (N 4601): сборник задач	Библиотека МИСиС	М.: [МИСиС], 2023
Л1.3	Новикова Т. В., Автионова Н. В., Васильев Д. И., Мочалова С. В., Левкин Г.Г.	Статистика: учебное пособие	Электронная библиотека	Москва: Директ-Медиа, 2023
6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»				
Э1	LMS MISIS		https://lk.misis.ru/	
6.3 Перечень программного обеспечения				
П.1	LMS Moodle			
П.2	Microsoft Office			
6.4. Перечень информационных справочных систем и профессиональных баз данных				
И.1	Федеральная служба государственной статистики (Росстат): https://rosstat.gov.ru			
И.2	Единая межведомственная информационно-статистическая система (ЕМИСС): https://www.fedstat.ru			
И.3	Общероссийский математический портал Math-Net.Ru: http://www.mathnet.ru			
И.4	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU: https://www.elibrary.ru			
И.5	Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»: https://cyberleninka.ru			
И.6	Wolfram MathWorld (Математическая энциклопедия): https://mathworld.wolfram.com			
И.7	Портал «Машинное обучение и анализ данных» (MachineLearning.ru): http://www.machinelearning.ru			
И.8	Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ: http://lib.mexmat.ru			

<b>7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ</b>		
Ауд.	Назначение	Оснащение
Б-1102	Компьютерный класс	Комплект учебной мебели на 30 рабочих мест, моноблоки для студентов (20 шт.), 1 маркерная доска, телевизор для презентаций, рабочее место для преподавателя с моноблоком (1 шт). Цифровой флипчарт (передвижной).
Б-1104	Компьютерный класс	Комплект учебной мебели на 30 рабочих мест, моноблоки для студентов (20 шт.), 1 маркерная доска, Телевизор для презентаций, рабочее место для преподавателя с моноблоком (1 шт).
Б-1117	Учебная аудитория	комплект учебной мебели на 42 рабочих мест, 1 компьютер для преподавателя, проектор + мультимедийный экран, 1 маркерная доска
Б-1134	Учебная аудитория (лекторий)	Комплект учебной мебели на 128 рабочих мест, проектор, экран, 1 Цифровой флипчарт (передвижной).
Читальный зал № 3 (Б)	Аудитория для самостоятельной работы	комплект учебной мебели на 44 места для обучающихся, МФУ Xerox VersaLink B7025 с функцией масштабирования текстов и изображений, 8 ПК с доступом к ИТС «Интернет», ЭИОС университета через личный кабинет на платформе LMS Moodle

<b>8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ</b>
<p>1. Лекции и практические занятия проводятся с использованием компьютерной презентационной программы PowerPoint.</p> <p>2. Практические занятия проводятся с использованием кейсовых ситуаций.</p> <p>3. Текущий контроль, контрольные работы и зачет проводятся на основе использования специальных компьютерных программ тестирования знаний навыков и умений студентов.</p> <p>4. Для самостоятельной работы и текущего контроля в системе «смешанного обучения» студенты используют специальные базы данных (электронные учебники) в среде LMS Moodle по разработанным траекториям.</p> <p>5. Консультации по курсу проводятся с использованием e-mail и среды LMS Moodle</p> <p>6. Текущий контроль проводится в электронной форме на компьютерах в центре тестирования кафедры.</p>



